

combine-antecedent-surjections^{11,40}

$$\begin{aligned} & \forall es:ES, A, B, P, Q:(E \rightarrow \mathbb{P}). \\ & (\forall e:E. \neg(A(e) \& B(e))) \\ & \Rightarrow (\forall e:E. \neg(P(e) \& Q(e))) \\ & \Rightarrow (\forall e:E. \text{Dec}(P(e))) \\ & \Rightarrow (\forall e:E. \text{Dec}(A(e))) \\ & \Rightarrow (\forall e:E. \text{Dec}(B(e))) \\ & \Rightarrow (\forall f:(\{e:E \mid A(e)\} \rightarrow \{e:E \mid P(e)\}), g:(\{e:E \mid B(e)\} \rightarrow \{e:E \mid Q(e)\})). \\ & \quad P \leftarrow\leftarrow f \text{---} A \\ & \quad \Rightarrow Q \leftarrow\leftarrow g \text{---} B \\ & \quad \Rightarrow (\exists h:\{e:E \mid (A(e) \vee (B(e)))\} \rightarrow \{e:E \mid (P(e) \vee (Q(e)))\} \\ & \quad \quad (\lambda e.(P(e) \vee (Q(e))) \leftarrow\leftarrow h \text{---} \lambda e.(A(e) \vee (B(e))) \\ & \quad \quad \& (\forall e:\{e:E \mid (A(e) \vee (B(e)))\}. (A(e)) \Rightarrow (h(e) = f(e)) \\ & \quad \quad \& (\forall e:\{e:E \mid (A(e) \vee (B(e)))\}. (\neg(A(e))) \Rightarrow (h(e) = g(e)))))) \end{aligned}$$